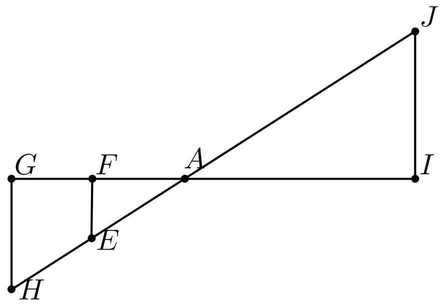
**TD 5 de mathématiques – S3** L2 Parcours Pluridisciplinaire
Décembre 2012 Université Blaise Pascal – UFR LLSH




**Exercice 1** On considère le schéma ci-dessus. Les droites $(IG)$ et $(JH)$ se coupent en un point $A$. Le point $E$ est sur $(JH)$ et le point $F$ est sur $(IG)$. Les droites $(EF)$ et $(HG)$ sont parallèles.
On a $AE = 3$ cm, $AF = 4$ cm, $AH = 7$ cm et $EF = 6$ cm.

1. Calculer les longueurs $AG$ et $HG$. Donner les résultats sous la forme d'un nombre entier ou d'une fraction irréductible.
2. On a $AI = 6$ cm et $AJ = 4.5$ cm. Les droites $(IJ)$ et $(EF)$ sont-elles parallèles ?
3. Que pensez-vous de l'affirmation suivante : *"Si le triangle $AEF$ est rectangle alors les triangles $AGH$ et $AIJ$ sont aussi rectangles"* ? Le triangle $AEF$ est-il rectangle ?

**Exercice 2** Dans un triangle $ABC$, on place un point $D$ sur le segment $[BC]$. La parallèle $(AB)$ passant par $D$ coupe $[AC]$ en $E$, et la parallèle $(AC)$ passant par $D$ coupe $[AB]$ en $F$.

1. Comparer $\dfrac{AF}{AB}$ et $\dfrac{CD}{CB}$ puis $\dfrac{AE}{AC}$ et $\dfrac{BD}{BC}$.
2. Où faut-il placer le point $D$ pour que les droites $(EF)$ et $(BC)$ soient parallèles ?

**Exercice 3** Construire un triangle $EFG$ rectangle en $E$ tel que $EG = 15$ cm et $EF = 10$ cm.

1. Calculer $FG$ arrondie au millimètre.
2. Calculer la mesure de $\widehat{EFG}$ arrondie au degré.
3. La bissectrice $(d)$ de l'angle $\widehat{EFG}$ coupe $[EG]$ en $H$. Calculer $FH$ et $EH$, arrondies au millimètre.
4. La parallèle $(EF)$ passant par $G$ coupe $(d)$ en $K$. Calculer $GK$ arrondie au millimètre.

**Exercice 4** Construire un triangle $RST$ tel que $RS = 10$ cm, $RT = 14$ cm et $ST = 12$ cm. Placer un point $M$ sur $[RS]$. On pose $RM = x$ cm. La parallèle $(ST)$ passant par $M$ coupe $[RT]$ en $N$.

1. Exprimer le périmètre du triangle $RMN$ en fonction de $x$.
2. Exprimer le périmètre du trapèze $MSTN$ en fonction de $x$.
3. Où faut-il placer le point $M$ pour que les deux périmètres soient égaux ?

**Exercice 5** Soit $ABC$ un triangle tel que $AC = 11$ cm, $AB = 7$ cm et $BC = 8$ cm. Soit $M$ un point du segment $[BC]$. On pose $BM = x$. La parallèle $(AC)$ passant par $M$ coupe $[AB]$ en $P$ et la parallèle $(AB)$ passant par $M$ coupe $[AC]$ en $Q$.
Le but de l'exercice est de déterminer la position du point $M$ pour que $MP + MQ = 9$ cm.

1. Exprimer $MP$ puis $MQ$ en fonction de $x$.
2. Déterminer la position du point $M$ sur le segment $[BC]$ l'aide d'une résolution d'équation.

**Exercice 6** Voici l'énoncé d'une propriété de la bissectrice d'un angle dans un triangle :
≪ Dans un triangle $ABC$, la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$ partage le côté $[BC]$ en deux segments $[BK]$ et $[CK]$ qui vérifient l'égalité $\dfrac{KC}{KB} = \dfrac{AC}{AB}$ ≫.

1. Soit $ABC$ un triangle. La bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$ coupe le côté $[BC]$ en $K$. La parallèle $(AK)$ passant par $C$ coupe $(AB)$ en $D$. Démontrer que le triangle $ADC$ est isocèle en $A$.
2. Démontrer l'égalité proposée dans la propriété ci-dessus.

**Exercice 7** On considère un rectangle $ABCD$. On place sur les côtés $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$ les points $E$, $F$, $G$ et $H$ tels que

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AH}{AD} = \frac{CF}{CB} = \frac{CG}{CD} = k \quad \text{où } k \text{ est un nombre compris entre 0 et 1.}$$

1. Démontrer que les droites $(EH)$ et $(FG)$ sont parallèles.
2. Démontrer que $\dfrac{BE}{BA} = \dfrac{BF}{BC}$ puis que $\dfrac{DG}{DC} = \dfrac{DH}{DA}$.
3. Démontrer que le quadrilatère $EFGH$ est un parallélogramme.
4. Démontrer que le périmètre du parallélogramme $EFGH$ reste constant lorsque $k$ varie.

**Exercice 8** $BLEU$ est un parallélogramme tel que $LE = 50$ cm, $EU = 40$ cm et $BE = 75$ cm. $O$ est le point de la droite $(BE)$ tel que $OE = 30$ cm et $O$ n'appartient pas $[BE]$. La parallèle $(EU)$ passant par $O$ coupe $(LE)$ en $S$ et la parallèle $(LE)$ passant par $O$ coupe $(EU)$ en $R$.

1. Calculer $ES$ et $ER$.
2. Montrer que $ROSE$ est un parallélogramme. En déduire que $ROSE$ est une réduction du parallèlogramme $BLEU$ et déterminer le coefficient de réduction.
3. On appelle $h$ la hauteur issue de $B$ dans le triangle $BEU$. Sachant que l'aire de $BLEU$ est égale 1550 cm$^2$, déterminer $h$.
4. Calculer l'aire de $ROSE$.

**Exercice 9** Construire un triangle $ABC$ rectangle en $A$ et tel que $\widehat{ABC} = 40°$ et $BC = 8$ cm. $E$ désigne le milieu de $[BC]$. La parallèle $(AE)$ passant par $C$ coupe $(AB)$ en $F$.

1. Montrer que $AE = 4$ cm.
2. Calculer $AB$. Donner la valeur arrondie au millimètre.
3. Calculer $AC$. Donner la valeur arrondie au millimètre.
4. Montrer que $(AC)$ est la médiatrice de $[BF]$.

**Exercice 10**

1. Construire un angle $\widehat{A}$ tel que $\tan(\widehat{A}) = 8/9$.
2. Construire un angle $\widehat{B}$ tel que $\sin(\widehat{B}) = 0,6$.

**Exercice 11** $\mathcal{C}$ est un cercle de centre $O$ et de rayon 4 cm. Soient $A$ et $B$ deux points de ce cercle tels que $\widehat{AOB} = 64°$. La droite $(d)$ est la tangente en $A$ et la droite $(d')$ est la tangente en $B$ au cercle $\mathcal{C}$.

1. Faire un dessin.
2. Calculer $SA$ et $SO$ arrondies au millimètre.
3. Tracer le cercle de diamètre $[SO]$. Montrer que ce cercle passe par $A$ et $B$.

**Exercice 12**

1. Calculer la valeur exacte de $\sin(\widehat{B})$ et de $\tan(\widehat{B})$ sachant que $\widehat{B}$ est un angle aigu tel que $\cos(\widehat{B}) = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$.
2. Calculer la valeur exacte de $\cos(\widehat{C})$ et de $\tan(\widehat{C})$ sachant que $\widehat{C}$ est un angle aigu tel que $\sin(\widehat{C}) = \dfrac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$.

.